Penentuan Harga Saham Tipe Eropa Menggunakan Model Black Scholes Dengan Pembagian Dividen

Agustini Tripena[1], Yulia Marini[2],
[1,2]Universitas Jenderal Soedirman
E-mail: agustinitripena@gmail.com[1], yuliamariani@gmail.com[2]

Article History:
Received: 04 Januari 2024
Revised: 09 Januari 2024
Accepted: 11 Januari 2024

Keywords: *Proses Stokastik, Opsi, Saham tipe Eropa, Black Scholes, Dividen, Constant Market dan Continous Market*

Abstract: *Perkembangan dunia investasi semakin banyak diminati, para investor berinvestasi untuk mencari keuntungan, tetapi dalam investasi tentu terdapat resiko. Resiko terjadi akibat pergerakan saham yang naik turun. Proses pergerakan harga saham yang naik turun secara acak dan tidak pasti, disebut dengan proses stokastik. Pergerakan saham ini investor memiliki hak untuk memilih opsi. Opsi adalah suatu bentuk perjanjian atau investasi berupa kontrak yang memberikan pemegang opsi suatu hak untuk membeli atau menjual aset tertentu dengan harga dan pada jangka waktu tertentu. Ada 2 macam opsi yaitu opsi jual dan opsi beli. Perhitungan opsi ini salah satunya menggunakan model Black Scholes. Namun, pada model ini hanya dapat digunakan untuk saham tipe Eropa saja, serta terdapat asumsi tidak adanya pembagian dividen. Hal ini menjadi suatu kekurangan dalam menentukan perhitungan saham dengan model Black Scholes, sehingga penelitian ini bertujuan untuk mengkaji model Black Scholes dengan adanya pembagian dividen. Perhitungan saham tipe eropa menggunakan model ini akan diaplikasikan pada PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk terhitung selama 1 tahun dari Januari – Desember 2020. Data tersebut didapatkan dari web Investing.com Hasil kajiannya berupa model Black Scholes untuk opsi jual dan opsi beli serta perhitungannya berupa bilangan harga wajar opsi pada saat keadaan Constant Market dan Continous Market.*

PENDAHULUAN

Perkembangan dunia investasi tidak saja ditunjukkan oleh semakin meningkatnya jumlah uang yang diinvestasikan ataupun oleh semakin banyaknya jumlah investor yang berinvestasi, tetapi investasi ini juga bisa ditentukan dari banyaknya alternatif yang diinvestasikan. Para investor ini berinvestasi untuk mencari keuntungan tetapi setiap investasi pasti memiliki resiko. Resiko ini akan terjadi pada keputusan investor untuk menentukan pilihan. Investor harus mencermati pergerakan harga saham dalam menentukan pilihannya.

Menurut Ruey (2000) opsi adalah suatu bentuk perjanjian atau investasi berupa kontrak yang memberikan pemegang opsi suatu hak untuk membeli atau menjual aset tertentu dengan harga dan pada jangka waktu tertentu. Opsi sendiri menurut Tandelilin (2001) ada dua macam tipe kontrak opsi saham yaitu opsi beli dan opsi jual. Opsi beli adalah suatu tipe kontrak yang memberikan hak kepada pembeli opsi untuk membeli dari penjual opsi sejumlah lembar saham tertentu pada harga dan jangka waktu tertentu. Sedangkan tipe opsi yang kedua adalah opsi jual yaitu suatu tipe kontrak yang memberikan hak kepada pembeli opsi untuk menjual kepada penjual opsi sejumlah lembar saham tertentu pada harga dan jangka waktu tertentu.

Nilai opsi bisa ditentukan melalui beberapa model, salah satunya yaitu model Black Scholes. Model Black-Scholes merupakan sebuah model yang berguna dalam menentukan harga opsi. Model Black-Scholes sangat berguna bagi investor, untuk menilai apakah harga opsi yang terjadi di pasar sudah merupakan harga yang dianggap fair bagi opsi tersebut. Fair disini berarti nilai opsi yang diperdagangkan (baik opsi jual maupun opsi beli) akan memiliki nilai, sebesar harga saham pada saat jatuh tempo. Jadi, terjadi peningkatan nilai selama masa opsi berlaku sampai jatuh tempo, sebesar selisih nilai saham sekarang dengan saat jatuh tempo. Sehingga, kedua belah pihak (baik penjual opsi maupun pembeli opsi) tidak ada yang dirugikan (berdasarkan model BlackScholes).

Seandainya harga opsi tidak sama dengan harga yang dihasilkan dari model Black-Scholes, maka hal itu akan menciptakan peluang bagi investor untuk mendapatkan keuntungan dan hasil perhitungan menggunakan metode ini berupa bilangan eksak yang tidak melibatkan error didalamnya sehingga investor dapat membuat keputusan dalam opsi saham dengan lebih efisien Menurut Susanti&Devianto (2014) model Black Scholes hanya bisa digunakan untuk tipe eropa yang mana opsi tersebut hanya bisa dilaksanakan pada saat jatuh tempo saja, selain itu juga hanya bisa digunakan dengan saham yang tidak memberikan dividen sepanjang waktu opsi hal inilah yang menjadi kekurangan dari Model Black Scholes.

Model ini dikembangkan oleh Fisher Black dan Myron Scholes pada tahun 1973. Asumsi model ini adalah saham tidak memberikan pembayaran dividen, tidak ada biaya transaksi, suku bunga bebas resiko, serta perubahan harga saham mengikuti pola acak. Menurut Sharpe (1995) sebagian besar opsi saham yang diperjualbelikan pada kenyataannya membayarkan dividen. Dividen adalah pembagian keuntungan suatu perusahaan terhadap para pemegang saham. Jika dividen dibagikan maka harga opsi beli akan menurun sedangkan harga opsi jual meningkat.

Apabila waktu pembagian dividen dapat diketahui maka dapat diperkirakan bahwa penurunan nilai opsi terjadi saat penurunan nilai saham ketika dividen dibagikan. Model Black–Scholes akan mengalami modifikasi pada saat harga saham S dikurangi present value dari dividen yang akan dibagikan, Adapun tujuan dari penelitian ini adalah mengkaji model Black Scholes pada opsi jual dan opsi beli tipe Eropa serta menentukan harga opsi jual dan opsi beli berdasarkan data pergerakan saham PT Indofood Sukses Makmur tbk dengan pembagian dividen.

LANDASAN TEORI

Variabel Opsi

Opsi adalah hak yang terikat pada perjanjian antara pembeli dan penjual untuk menjual atau membeli saham tertentu dengan harga yang telah ditetapkan antara kedua belah pihak dan pada jangka waktu yang telah tercatat pada waktu tertentu (Widyawati, et al., 2013: 13) . Ada 6 variabel yang berpengaruh terhadap harga opsi, di antaranya: Harga Saham (S), *Strike Price* (K), Waktu Jatuh Tempo (T), Tingkat Suku Bunga bebas Resiko (r), Volatilitas dan Dividen (q)

Proses Stokastik pada Gerak *Brown*

Proses stokastik adalah proses himpunan variabel fungsi bersifat acak, bisa berubah sewaktuwaktu dengan cara yang tidak pasti. Pergerakan nilai saham yang naik turun secara tidak pasti menyebabkan prosesnya dianggap proses stokastik. Proses stokastik bergerak mengikuti gerak *Brown* karena proses perubahannya singkat dan terdapat persyaratan untuk memenuhi gerak *Brown* (Hull, 2009: 16), di antaranya: Proses Stokastik *Wt* memiliki gerak *Brown* jika,

Perubahan *W* selama periode Δt adalah:

$$\Delta Wt = \varepsilon\sqrt{\Delta t}, \qquad (2.1)$$

. Ketika $\Delta t \to 0$, maka persamaannya menjadi :

$$dWt = \varepsilon\sqrt{dt}. \qquad (2.2)$$

Persamaan diferensial (2.2) disebut persamaan diferensial stokastik yang dinyatakan oleh:

$$dx = \alpha(x,t)dt + b(x,t)dW \qquad (2.3)$$

Suatu proses stokastik *(X(t), t ≥0)* dikatakan proses gerak *Brown* jika

$$\leq t \leq T < \infty \qquad (2.4)$$

Persamaan diferensial stokastik yang dipengaruhi oleh μ (rata-rata pertumbuhan harga saham) dan σ (volatilitas saham) adalah:

$$\mathrm{d}S_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_T, \qquad (2.5)$$

Jika *F(x,t)* merupakan fungsi kontinu yang bisa diturunkan terhadap *x* dan *t* yaitu

$$\frac{\partial F}{\partial t}, \frac{\partial F}{\partial x}, \frac{\partial^2 F}{\partial^2 x}. \qquad (2.6)$$

Selanjutnya, didefinisikan dari persamaan (2.4) rumus Lemme Itộ adalah:

$$dF = \left\{\frac{\partial F}{\partial x}\,a + \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}b^2\right\}dt + b\,dW_T. \qquad (2.7)$$

Dari persamaan lemma itộ (2.7) dengan persamaan diferensial stokastik dengan drift rate (harga rata-rata saham) dari $a(x.t)$ dan variansi rate $b^2(x,t)$, maka

$$dF = \left\{\frac{\partial F}{\partial x}a(x,t) + \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}b^2(x,t)\right\}dt + \frac{\partial F}{\partial x}b(x,t) \qquad (2.8)$$

Jika *Δx* adalah perubahan yang sangat kecil pada *x* dan Δ*F* adalah perubahan yang sangat kecil pada *F*, maka :

$$\Delta \mathrm{F} \approx \frac{\partial F}{\partial t}\,\Delta \mathrm{x}. \qquad (2.9)$$

Berdasarkan ekspansi deret Taylor untuk menghampiri Δ*F* adalah

$$\Delta \mathrm{F} = \frac{dF}{dx}\Delta \mathrm{x} + \frac{1}{2}\frac{d^2F}{dx^2}x^2 + \frac{1}{6}\,\frac{d^3F}{dx^3}x^3 + \cdots \qquad (2.10)$$

Untuk fungsi kontinu dan terdiferensial *F* pada variabel *x* dan *t*, eksapansi deret Taylor menjadi

$$\Delta \mathrm{F} = \frac{\partial F}{\partial x}\Delta \mathrm{x} + \frac{\partial F}{\partial t}\Delta \mathrm{t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}\Delta x^2 + \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial t}\Delta \mathrm{x}\Delta \mathrm{t} + \frac{\partial^2 F}{\partial t^2}t^2 + \ldots \qquad (2.11)$$

Karena Δx dan Δt cukup kecil maka Persamaan dapat ditulisakan sebagai

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial t}dt. \qquad (2.12)$$

Selanjutnya, misalkan suatu variabel x mengikuti proses Itộ sebagai berikut

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)\varepsilon\sqrt{dt}. \qquad (2.13)$$

Persamaan (2.13) dapat didiskritisasi menjadi

$$\Delta x = a(x,t)\Delta t + b(x,t)\varepsilon\sqrt{\Delta t}. \qquad (2.14)$$

Dengan mengabaikan (x,t) persamaan (2.14) menjadi

$$\Delta x = a\Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t}, \qquad (2.15)$$

di mana ε berdistribusi normal standar, berdasarkan persamaan (2.15)

$$\Delta x^2 = (a\Delta t + b\varepsilon\sqrt{\Delta t})^2. \quad (2.16)$$

Sehingga,

$$\Delta x^2 = a^2\Delta t^2 + 2b\varepsilon\Delta t^{\frac{3}{2}} + b^2\varepsilon^2\Delta t. \quad (2.17)$$

Hal ini menunjuklkan bahwa suku-suku yang melibatkan Δx^2 pada persamaan (2.17) memiliki orde Δt yang tidak dapat diabaikan. Diketahui bahwa variansi dari distribusi Normal Standar adalah 1, sehingga

$$E(\varepsilon^2) - [E(\varepsilon)]^2 = 1 \leftrightarrow E(\varepsilon^2) = 1. \quad (2.18)$$

Berdasarkan persamaan (2.18) di atas, diperoleh

$$E(\varepsilon^2\Delta t) = \Delta t E(\varepsilon^2) = \Delta t 1 = \Delta t. \quad (2.19)$$

Sehingga

$$Var\,(\varepsilon^2 t\Delta t) = \Delta t Var(\varepsilon^2). \quad (2.20)$$

Sebagaimana hasil yang diperoleh di atas bahwa suku-suku yang melibatkan Δx^2 memiliki suatu komponen orde Δt tidak dapat diabaikan, sehingga Δx^2 menjadi non statistik dan sama dengan $b^2 dt$.

Ambil $\Delta x \to 0$ dan $\Delta t \to 0$ pada persamaan (2.11) dan menggunakan hasil dari persamaan (2.19) dan (2.20) berakibat

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial t}dt + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}b^2 dt. \quad (2.21)$$

Selanjutnya, substitusikan persamaan (2.14) maka diperoleh

$$dF = \left\{\frac{\partial F}{\partial x}a + \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial x^2}b^2\right\}dt + \frac{\partial F}{\partial x}bdW. \quad (2.22)$$

Maka, Lemma Itộ merupakan lemma yang digunakan untuk menentukan harga saham.

Langkah selanjutnya ialah pada persamaan (2.5) yaitu persamaan diferensial stokastiknya akan mengikuti sebuah fungsi Lemma Itộ *F* dari *S* dan *t*, yaitu

$$dF = \left\{\frac{\partial F}{\partial S_t}\mu S_t + \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 F}{\partial {S_t}^2}\sigma^2 {S_t}^2\right\}dt + \frac{\partial F}{\partial S_t}\sigma dW_T. \quad (2.23)$$

Lihat kembali persamaan (2.5) , kemudian asumsikan *V(s,t)* adalah harga sebuah opsi yang tergantung pada saham *S* dan pada waktu *t*, maka rumusnya menjadi :

$$dV(s,t) = \left(\mu S\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial s^2}\right)dt + \sigma S\frac{\partial V}{\partial s}dWt. \quad (2.24)$$

Portofolio merupakan gabungan aset-aset. Nilai portofolio (π) yang terdiri dari opsi V dengan perubahan saham jangka pendek yaitu:

$$= V - \frac{\partial V}{\partial s}S \quad (2.25)$$

Pada persamaan (2.25), tidak terdapat gerak *Brown* sehingga portofolio ini dikatakan beresiko pada waktu (*t*). Gerak *Brown* menyebabkan adanya perubahan harga. sementara itu, portofolio ini konstan, sehingga akan memiliki return yang sama dengan return sekuritas bebas resiko lainnya. Jadi, persamaan yang menunjukan adanya persamaan return portofolio dengan return sekuritas bebas lainnya adalah

$$d\pi = r\pi dt. \quad (2.26)$$

Sehingga, diperoleh

$$\left(\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2}\right)dt = r\left(V - \frac{\partial V}{\partial S}S\right)dt \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2\frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS\frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0. \quad (2.28)$$

Persamaan (2.28) merupakan persamaan diferensial Black Scholes yang ditentukan untuk menentukan harga opsi

Opsi Jual dan Beli tipe Eropa

Pada dasarnya opsi merupakan hak yang diberikan kepada pemegang opsi berdasarkan bentuknya opsi terbagi menjadi dua macam (Black dan Scholes, 1973: 13) yaitu:

Opsi jual adalah opsi yang diberikan kepada pemegang saham untuk menjual sahamnya. Kondisi awal untuk opsi jual dengan harga pelaksanaan *K* dan waktu pelaksaan *t*, opsi jual dinotasikan dengan *P*, yang mana *P* diperoleh dari

$$P(S,t) = maks\ (K-S,0). \tag{2.29}$$

Opsi beli adalah opsi yang diberikan kepada pemegang saham untuk membeli saham. Opsi beli dinotasikan dengan *C*, yang mana *C* diperoleh dari

$$C\ (S,t) = maks\ (S-K,0), \tag{2.30}$$

Jika pemegang saham sudah mengetahui nilai dari opsi jual dan opsi beli, maka ia berhak menentukan apakah ia akan membeli atau menjual saham tersebut.

Model *Black Scholes* Tipe Eropa

Model Black Scholes adalah model yang dikembangkan oleh Fisher Black dan Myron Scholes penggunaanya terbatas karena hanya dapat digunakan pada penentuan harga opsi tipe Eropa yang dijalankan pada waktu jatuh tempo saja (Black & Scholes, 1973: 6).

1. Model Black Scholes Opsi Beli Tipe Eropa

Pembahasan sebelumnya didapat persamaan model Black Scholes dari gerak *Brown* dan perhitungan untuk tipe eropa maka selanjutnya akan dihitung model Black Scholes tipe eropa dengan menggunakan persamaan stokastik. Misalkan

$$S(t) = K\ e^{x} \tag{2.31}$$

$$t = T - \frac{2_{T}}{\sigma^2} \tag{2.32}$$

$$V(s,t) = KC(x.\tau). \tag{2.33}$$

Dari persamaan di atas diperoleh

$$\frac{\partial V}{\partial t} = -\frac{1}{2}\sigma^2 K \frac{\partial(C(x,\tau))}{\partial \tau} \tag{2.34}$$

$$\frac{\partial V}{\partial S} = e^{-x}\frac{\partial(C(x,\tau))}{\partial x} \tag{2.35}$$

$$\frac{\partial^2 V}{\partial S^2} = \left(e^{-x}\frac{\partial(C(x,\tau))}{\partial x} + e^{-x}\frac{\partial^2(C(x,\tau))}{\partial x^2}\right)\frac{e^{-x}}{K}, \tag{2.36}$$

dengan mensubstitusikan (2.34), (2.35), (2.36) ke (2.28) diperoleh

$$\frac{\partial(C(x,\tau))}{\partial \tau} = \frac{\partial^2(C(x,\tau)}{\partial x^2} + (k-1)\frac{\partial\left(C(x,\tau)\right)}{\partial x} - kC(x,\tau), \tag{2.37}$$

dengan $k = \frac{r}{\frac{1}{2}\sigma^2}$ (2.38)

Dengan mensubstitusikan (2.31) ke persamaan (2.30), maka diperoleh

$$V(S,t) = K\ maks(e^{x} - 1{,}0). \tag{2.39}$$

Persamaan (2.39) adalah kondisi awal untuk (2.37) dengan mempertimbangkan hubungan tersebut bisa diperoleh dari (2.33), yaitu

$$C(x,0) = maks(e^{x} - 1{,}0). \tag{2.40}$$

Misalkan,

$$C(x,\tau) = e^{\alpha x + \beta\tau}u(x,\tau), \tag{2.41}$$

maka

$$\frac{\partial C(x,\tau)}{\partial \tau} = e^{\alpha x+\beta\tau}\left(\beta u + \frac{\partial u}{\partial \tau}\right) \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial C(x,\tau)}{\partial x} = e^{\alpha x+\beta\tau}\left(\alpha u + \frac{\partial u}{\partial x}\right) \quad (2.43)$$

$$\frac{\partial^2 C(x,\tau)}{\partial x^2} = e^{\alpha x+\beta\tau}\left(\alpha^2 u + 2\alpha\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right). \quad (2.44)$$

Selanjutnya substitusikan persamaan (2.41), (2.43), dan (2.44) ke (2.37), sehingga diperoleh

$$\alpha = -\frac{1}{2}(k-1)\ , \beta = -\frac{1}{4}(k+1)^2.$$

Akibatnya, (2.41) menjadi

$$C(x,\tau) = e^{-\frac{1}{2}(k-1)^2 x - \frac{1}{4}(k+1)^2\tau}u(x,\tau). \quad (2.45)$$

Hasil-hasil tersebut disubstitusikan ke (2.37), sehingga diperoleh persamaan difusi sebagai berikut

$$\frac{\partial u(x,\tau)}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 u(x,\tau)}{\partial x^2}. \quad (2.46)$$

Dengan kondisi awal

$$C(x,0) = e^{\frac{1}{2}(k-1)x}u(x,0).$$

Atau

$$u(x,0) = e^{\frac{1}{2}(k-1)x}C(x,0)$$
$$= max\left(e^{\frac{1}{2}(k+1)x} - e^{\frac{1}{2}(k-1)x}, 0\right). \quad (2.47)$$

Pada langkah selanjutnya akan dicari solusi $u(x,\tau)$ untuk opsi beli yang memenuhi persamaan (2.46) dengan

$$\mathrm{u(x, 0) = f(x).} \quad (2.48)$$

Misalkan bahwa

$$u(x,\tau) = F(x)G(\tau). \quad (2.49)$$

Sehingga diperoleh

$$\frac{\partial u}{\partial \tau} = F\frac{dG}{d\tau},\ \frac{\partial u}{\partial x} = G\frac{dF}{dx}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = G\frac{d^2F}{dx^2}. \quad (2.50)$$

Maka persamaan (2.46) dapat ditulis kembali sebagai berikut

$$\frac{1}{G}\frac{dG}{d\tau} = \frac{1}{F}\frac{d^2F}{dx^2} = k. \quad (2.51)$$

k artinya kedua persamaan tersebut dapat saling merubah, seperti τ merubah sisi kanannya dan x merubah sisi kirinya. Adapun konstanta k bernilai negatif yaitu $k = -p^2$ agar nilai $\left(u(x,\tau)\right)$ konvergen ke 0 untuk $\tau \to \infty$. Sehingga diperoleh solusi dari (2.51) sebagai berikut

$$G = e^{k\tau} \quad (2.52)$$

$$F(x) = Acos(px) + Bsin(px). \quad (2.53)$$

Dari persamaan (2.52) dan (2.53) didapatkan nilai $(u(x,\tau))$ konvergen ke 0 dan $B(p)$ yang merupakan suatu fungsi dari p dan karena persamaannya homogen, maka

$$u(x,t) = \int_0^\infty (A(p)cos(px) + B(p)sin(px))e^{-p^{2\tau}}dp, \quad (2.54)$$

dengan

$$f(x) = u(x,0) = \int_0^\infty (A(p)cos(px) + B(p)sin(px))dp, \quad (2.55)$$

Persamaan (2.55) yang merupakan suatu bentuk integral Fourier sehingga nilai $A(p)$ dan $B(p)$ dapat dinyatakan sebagai

$$A(p)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(v)\cos\ (pv)\,dv \tag{2.56}$$

$$B(p)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(v)\sin\ (pv)\,dv, \tag{2.57}$$

dengan mensbstitusikan (2.56) dan (2.57) ke (2.54) diperoleh

$$u(x,\tau)=\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty} f(v)\int_{-\infty}^{\infty}(\cos\big(p(v-x)\big))e^{-p^2\tau}\,dpdv. \tag{2.58}$$

Perhatikan bahwa

$$\int_0^{\infty}(\cos(2au))e^{-u^2}du=\frac{\sqrt{\pi}}{2}e^{-a^2}, \tag{2.59}$$

selanjutnya misalkan

$$p^2\tau=u^2=\pm p\sqrt{\tau}\leftrightarrow du=\pm dp\sqrt{\tau}\leftrightarrow dp=\pm\frac{1}{\sqrt{\tau}}du \tag{2.60}$$

$$2au=p(v-x)atau\ a=\frac{v-x}{2}\frac{p}{u}=\frac{v-x}{2\sqrt{\tau}}. \tag{2.61}$$

Akibatnya diperoleh

$$\int_0^{\infty}\big(\cos\big(p(v-x)\big)\big)e^{-p^2\tau}dp=\frac{\sqrt{\pi}}{(2\sqrt{\tau})}e^{-\frac{(x-v)^2}{4\tau}}. \tag{2.62}$$

$$u(x,t)=\frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_{-\infty}^{\infty}f(v)e^{-\frac{(x-v)^2}{4\tau}}dv, \tag{2.63}$$

dengan

$$f(v)=maks\left\{e^{\frac{1}{2}(k+1)v}-e^{\frac{1}{2}(k-1)v},0\right\}. \tag{2.64}$$

Selanjutnya substitusikan $f(v)$ ke (2.63)

$$\begin{aligned}u(x,t)&=\frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_0^{\infty}e^{\left(\frac{1}{2}(k+1)v-\frac{1}{4\tau}(x-v)^2\right)}dv-\frac{1}{2\sqrt{\pi\tau}}\int_0^{\infty}e^{\left(\frac{1}{2}(k-1)v-\frac{1}{4\tau}(x-v)^2\right)}dv\\ &=I_1-I_2\end{aligned} \tag{2.65}$$

Dengan melakukan penyederhanaan pada masing-masing integran dari I_1 dan I_2 yaitu:

$$\frac{1}{2}(k+1)v-\frac{1}{4\tau}(x-v)^2=-\frac{1}{2}\left(\frac{v-\big(x+\tau(k+1)\big)}{\sqrt{2\tau}}\right)^2+\frac{2x(k+1)+\tau(k+1)^2}{4} \tag{2.66}$$

$$\frac{1}{2}(k-1)v-\frac{1}{4\tau}(x-v)^2=-\frac{1}{2}\left(\frac{v-\big(x+\tau(k-1)\big)}{\sqrt{2\tau}}\right)^2+\frac{2x(k-1)+\tau(k-1)^2}{4} \tag{2.67}$$

Akibatnya I_1 dinyatakan

$$I_1=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{2x(k+1)+\tau(k+1)^2}{4}}\int_0^{\infty}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{v-(x+\tau(k+1))}{\sqrt{2\tau}}\right)^2}dv. \tag{2.68}$$

Misalkan,

$$z=\frac{v-\big(x+\tau(k+1)\big)}{\sqrt{2\tau}}\leftrightarrow dz=\frac{1}{\sqrt{2\tau}}dv\leftrightarrow dv=\sqrt{2\tau}dz.$$

Sehingga diperoleh

$$\begin{aligned}I_1&=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{\frac{2x(k+1)+\tau(k+1)^2}{4}}\int_a^{\infty}e^{-\frac{1}{2}z^2}dz\\ &=e^{\frac{2x(k+1)+\tau(k+1)^2}{4}}\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_a^{\infty}e^{-\frac{1}{2}z^2}dz\\ &=e^{\frac{2x(k+1)+\tau(k+1)^2}{4}}N(-a)\\ &=e^{\frac{2x(k+1)+\tau(k+1)^2}{4}}N(d_1)\end{aligned} \tag{2.69}$$

Dengan cara yang sama diperoleh I_2 sebagai berikut

$$I_2 = e^{\frac{2x(k-1)+\tau(k-1)^2}{4}} N(d_2)\ ,\ d_2 = \frac{(x+\tau(k-1))}{\sqrt{2\tau}}. \tag{2.70}$$

Kemudian substitusikan persamaan (2.69) dan (2.70) ke persamaan (2.66) untuk memperoleh

$$u(x,\tau) = e^{\frac{2x(k+1)+\tau(k+1)^2}{4}} N(d_1) - e^{\frac{2x(k-1)+\tau(k-1)^2}{4}} N(d_2). \tag{2.71}$$

Substitusikan (2.71) ke (2.45), sehingga diperoleh

$$C(x,\tau) = e^{x} N(d_1) - e^{-k\tau} N(d_2). \tag{2.72}$$

Persamaan (2.72) mengantarkan pada persamaan Black Scholes untuk menghitung beli tipe eropa dengan mengasumsi persamaan (2.31), (2.32), (2.33) dan (2.38), maka diperoleh

$$V(S(t),T) = S(t)N(d_1) - Ke^{-r(T-t)}N(d_2), \tag{2.73}$$

dengan

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}\ .$$

2. Model *Black Scholes* Opsi Jual Tipe Eropa

Pada prinsip *put call parity* terdapat asumsi $+P - V = Ke^{-r(T-t)}$, dari asumsi tersebut diperoleh model *Black Scholes* untuk opsi jual tipe eropa sebagai berikut:

$$P(S(t),T) = Ke^{-(T-t)}N(-d_2) - S(t)N(-d_1), \tag{2.74}$$

dengan

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}.$$

Dividen

Dividen merupakan keuntungan perusahaan yang dibagikan kepada pemegang saham. Biasanya, tidak seluruh keuntungan perusahaan dibagikan kepada pemegang saham, tetapi ada bagian yang ditanam kembali. Besarnya dividen yang diterima oleh pemegang saham ditentukan perusahaan tersebut. Perusahaan tidak selalu membagikan dividen kepada para pemegang saham karena tergantung kepada kondisi perusahaan itu sendiri.

Model *Black Scholes* harga opsi tipe Eropa dengan pembagian dividen dilakukan dengan cara mengasumsikan bahwa nilai saham merupakan jumlah dari dua komponen, yaitu komponen bebas resiko yang akan digunakan untuk membagikan dividen selama jangka waktu opsi dan komponen tidak bebas resiko yang akan digunakan untuk membagikan dividen selama waktu opsi terpotong oleh waktu ex-dividend (Riaman, et al, 2018: 5). Nilai *present value dividen PV(q)* adalah

$$PV(q) = qe^{-r(T-t)}, \tag{2.75}$$

Keadaan Constant Market

Keadaan *constant market* adalah keadaan kontrak opsi saham yang mengasumsikan suku bunga bebas resiko *r* konstan dan pembagian dividen (*q*) konstan. Menurut Kanniainen (2007), jika perusahaan membagikan dividen, misal dividen pada dividen t_1 adalah q_{t_1}, maka harga saham setelah pembagian dividen

$$S = \left[E\left(S_{t_1} + q\right)\right]exp[-r(t_1 - t)]. \tag{2.76}$$

Berdasarkan persamaan tersebut, misal $t_1 = T$ (waktu jatuh tempo) maka akan diperoleh

$$S = E(S_T) + E(q)exp[-r(T-t)]. \qquad (2.77)$$

Sehingga dengan mempertahankan sifat harga harapan saat ex-dividend maka harga saham pada saat jatuh tempo akan mengalami penurunan harga sebesar present value dari dividen yang dibagikan, yaitu

$$S_T = S - q\ exp[-r(T-t)], \qquad (2.78)$$

Portofolio adalah sekumpulan surat berharga yang dimiliki oleh seseorang atau pihak yang dikelola oleh reksa dana. Tujuan dari portofolio adalah untuk meminimumkan resiko terhadap opsi. Pembentukan nilai portofolio Π_t dipengaruhi oleh harga opsi dan nilai Δ *hedging* . Nilai portofolio pada saat *t* dirumuskan

$$\Pi_t = C - \Delta S \qquad (2.79)$$

Nilai Δ *hedging* bertujuan untuk mengurangi kerugian jika terjadi pergerakan harga saham yang tidak sesuai dengan yang diharapkan. Hal ini dapat terjadi jika dipilih nilai Δ *hedging*, sehingga nilai Π bebas resiko dalam waktu $(t, t+dt)$. Nilai portofolio pada saat $t+dt$ dirumuskan

$$\frac{\Pi_{t+dt} - \Pi_t}{\Pi_t} = r_t dt. \qquad (2.80)$$

Dengan memperhitungkan dividen, maka nilai portofolio pada saat $t+dt$ adalah

$$\Pi_{t+dt} = C_{t+dt} - \Delta_t S_{t+dt}. \qquad (2.81)$$

Substitusi persamaan (2.80) dan (2.81)

$$dC_t - \Delta_t S_t q_t - \Delta_t S_{t+dt}. \qquad (2.82)$$

Kemudian, substitusi persamaan (2.79) dan (2.82) , maka nilai

$$\frac{\partial C}{\partial t} dt + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 C}{\partial S^2} dt + (r-q)S\frac{\partial C}{\partial S} - rC = 0. \qquad (2.83)$$

Selanjutnya, misal menggunakan opsi jual tipe eropa, fungsi pembayaran untuk opsi jual tipe eropa $(K - S_T)^+$ adalah harga saham pada saat jatuh tempo yang memiliki 3 fungsi yaitu *in the money* $S < K$, *out of money* $S > K$, *dan at the money* $S = K$, diasumsikan pula investor netral terhadap resiko (Q), sehingga nilai opsi jual tipe eropa menjadi

$$P(S,t) = e^{-r(T-t)} E^Q[(K - S_T)^+] \qquad (2.84)$$

Karena pada saat *risk neutral* nilai ekspektasi return akan sama dengan tingkat suku bunga bebas resiko, maka harga saham pada waktu *T* setelah pembagian dividen adalah

$$S_T = \big(S - PV(q)\big)e^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)+\sigma\sqrt{T-t}Y}, \qquad (2.85)$$

dengan $Y \sim N(0,1)$.

Harga opsi jual tipe eropa dengan pembagian dividen pada keadaan konstan *market* adalah

$$P'(S,t) = Ke^{-r(T-t)}N(-d_2) - (S - qe^{-r(T-t)})N(-d_1), \qquad (2.86)$$

Bukti. Berdasarkan persamaan (2.86) dapat ditulis

$$P'(S,t) = Ke^{-r(T-t)}E^Q\left[(K - (S - PV(q))e^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)+\sigma\sqrt{T-t}Y})^+\right] \qquad (2.87)$$

$$e^{-r(T-t)}\int_{-\infty}^{\infty}\left(K - \big(S - PV(q)\big)e^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)+\sigma\sqrt{T-t}x}\right)^+ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{-x^2}{2}} dx \le \mathrm{K} \qquad (2.88)$$

Karena

$$(K - (S - PV(q))e^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)+\sigma\sqrt{T-t}x} \ge 0\ ,$$

atau

$$(S - PV(q))e^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)+\sigma\sqrt{T-t}x} \le K, \qquad (2.89)$$

maka dapat diperoleh

$$e^{\sigma\sqrt{T-t}x} \le \frac{K}{(S-PV(q))} e^{-\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)},$$

atau

$$x \le \frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}}\left[ln\left(\frac{K}{S-PV(q)}\right) - \left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)\right]. \tag{2.90}$$

Lebih lanjut, $T_1 = \frac{1}{\sigma\sqrt{T-t}}\left[ln\left(\frac{K}{S-PV(q)}\right) - \left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)\right]$, maka $P'(S,t)$ pada persamaaan (2.87) menjadi

$$P'(S,t) = \frac{e^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi}}\int_T^\infty Ke^{\frac{-x^2}{2}}dx\int_T^\infty\Bigg(K - (S-PV(q))e^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)+\sigma\sqrt{T-t}x}\Bigg)^+ e^{\frac{-x^2}{2}}dx \tag{2.91}$$

$$= \frac{K}{\sqrt{2\pi}}\int_{T_1}^\infty e^{\frac{-x^2}{2}}dx - \frac{e^{-r(T-t)}}{\sqrt{2\pi}}\int_{T_1}^\infty\left((S-PV(q))e^{\left(r-\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)+\sigma\sqrt{T-t}x-\frac{-x^2}{2}}\right)^+ dx \tag{2.92}$$

Substitusi $y = x - \sigma\sqrt{T-t}$, maka $P'(S,t)$ menjadi

$$P'(S,t) = Ke^{-r(T-t)}\big(1-N(T_1)\big) - \frac{\big(S-PV(q)\big)}{\sqrt{2\pi}}\int_{T_1-\sigma\sqrt{T-t}}^\infty e^{\frac{-x^2}{2}}dx \tag{2.93}$$

$$= Ke^{-r(T-t)}\big(1-N(T_1)\big) - \big(S-PV(q)\big)\left(1-N\left(T_1-\sigma\sqrt{T-t}\right)\right) \tag{2.94}$$

$$= Ke^{-r(T-t)}N(-d_2) - \left(S-qe^{-r(T-t)}\right)N(-d_1).$$

dengan

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S-PV(q)}{K}\right) + \left(r+\frac{\sigma^2}{2}\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{T-t}}, \text{dan}$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}. \tag{2.95}$$

Keadaan Continous Market

Keadaan *continuous market* adalah keadaan kontrak opsi saham yang mengasumsikan suku bunga bebas resiko dan dividen kontinu. Jika perusahaan membagikan dividen pada rentang $0 < t_1 < T$ adalah qt_1 maka harga saham menjadi

$$S = \big[E\big(S(t_1) + q(t_1)\big)\big]exp[-r(T-t_1)]. \tag{2.96}$$

Saham akan mengalami penurunan harga sebesar *present value* dari dividen yang diberikan sama seperti keadaan *constant market* dan apabila berdasarkan persamaan (2.96) , misal $t_1 = t$, maka diperoleh

$$S'(t) = S(t) - q(t)exp[-r(T-t)]. \tag{2.97}$$

Sama seperti pada *constant market*, proses perubahan harga saham mengikuti Gerak *Brown*, maka nilai opsi tipe eropa dengan pembagian dividen adalah

$$\frac{\partial C}{\partial t}dt + \frac{1}{2}\sigma^2(t)S^2\frac{\partial^2 C}{\partial S^2}dt + \big(r(t)-q(t)\big)S\frac{\partial C}{\partial S} - r(t)C = 0, \tag{2.98}$$

dengan $r(t)$ tingkat suku bunga bebas resiko, $q(t)$ dividen kontinu.

Selanjutnya, menurut Samuelson (1992), misalkan S_t adalah harga saham maka $\frac{dS_t}{S_t}$ adalah return saham, sehingga terdapat persamaan diferensial stokastik

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu(t)dt + \sigma(t)dW_t. \qquad (2.99)$$

Harga sahamnya opsi jual tipe eropa menjadi

$$P(S,t) = e^{-\alpha_c T}[KN\,(-d_2) - Se^{\alpha_s T}N(-d_1)]. \qquad (2.100)$$

Harga opsi jual tipe Eropa dengan pembagian dividen pada keadaan continuous market adalah

$$P'(S,t) = \ e^{-\int_t^T r(\tau)d\tau}N(-d_2) - Se^{-\int_t^T q(\tau)d\tau}N(-d_1), \qquad (2.101)$$

Berdasarkan persamaan (2.98) dengan $u = C'e^{\beta(t)}$ dan $y = S'e^{\alpha(t)}$ maka diperoleh

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2(t)y^2\frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + [r(t) - q(t) + \alpha'(t)]y\frac{\partial u}{\partial y} - [r(t) + \beta'(t)]u = 0. \qquad (2.102)$$

Menurut Haberman (1987) agar mempunyai penyelesaian $r(t) + \beta'(t)$ dan $r(t) - q(t) + \alpha'(t)$ disyaratkan nol, tetapi memiliki syarat nilai awal.

$$\begin{cases} \frac{d\alpha}{dt} + r(t) - q(t) = 0 \\ \alpha(T) = \beta(T) = 0 \end{cases}. \qquad (2.103)$$

Maka diperoleh

$$\alpha(t)\int_t^T [r(\tau) - q(\tau)]d\tau \quad ,\beta(t) = \int_t^T [r(\tau)]\,dt. \qquad (2.104)$$

Berdasarkan persamaan (2.97) harga opsi jual tipe eropa dengan pembagian dividen pada keadaan *continuous market* adalah

$$P'(S,t) = e^{-\beta(t)}\left[KN(-d_2) - Se^{\alpha(t)}N(-d_1)\right] \qquad (2.105)$$

$$P'(S,t) \ = Ke^{-\int_t^T r(\tau)d\tau}N(-d_2) -$$
$$Se^{-\int_t^T q(\tau)d\tau}N(-d_1),$$ dengan

$$d_1 = \frac{ln\left(\frac{S}{K}\right) + \int_t^T \left[r(\tau) - q(\tau) + \frac{\sigma^2}{2}\right]d\tau}{\sqrt{\int_t^T \sigma^2(\tau)d\tau}}$$

$$d_2 = d_1 - \sqrt{\int_t^T \sigma^2(\tau)d\tau}. \qquad (2.106)$$

METODE PENELITIAN

Metode yang digunakan dalam penelitian ini adalah metode studi pustaka serta prosedur dengan tahapan-tahapan yang dilakukan sebagai berikut:

1. Mengkaji dan menentukan harga opsi jual tipe eropa model Black Scholes dengan pembagian dividen berdasarkan data pergerakan saham PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk
2. Mengkaji dan menentukan harga opsi beli tipe eropa model Black Scholes dengan pembagian dividen berdasarkan data pergerakan saham PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk
3. Menjelaskan konsep dasar mengenai saham tipe eropa, model Black-Scholes, dan pembagian dividen.
4. Menghitung nilai saham opsi jual dan opsi beli tipe eropa model Black Scholes.
5. Mensimulasikan data dengan pembagian dividen konstan atau kontinu.
6. Membuat kesimpulan berdasarkan rumusan masalah.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Perhitungan opsi jual dan beli dengan pembagian dividen saham PT Indofood Sukses Makmur

(INDF) tbk pada keaadaan *Constant Market* dan *Continous Market*.

Perhitungan Nilai Saham Opsi Jual Tipe Eropa dengan Pembagian Dividen Menggunakan Model Black Scholes

Untuk mendapatkan perhitungan nilai saham pada keadaan *constant market* dan *continuous market* maka diperlukan komponen sebagai berikut.

1. Mencatat Harga Penutupan Saham PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk selama 1 tahun dari 01 Januari 2020 – 30 Desember 2020 dengan harga saham secara berurutan $S_1, S_2, S_3, \dots \dots \dots S_{n+1}$
2. Dari harga penutupan saham dicari harga relatif penutupan saham dengan persamaan
3. Dari harga relatif diperoleh dicari return saham yaitu logaritma natura dari harga relative

$$harga\ relatif = \frac{S_t}{S_{t-1}}. \qquad (4.1)$$

$$Rt = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right). \qquad (4.2)$$

4. Dihitung estimasi variansi dari ln return saham harian

$$\overline{R_t} = \frac{\sum_{t=1}^{242} R_t}{242} = \frac{-0{,}3191}{242} = -0.00132. \qquad (4.3)$$

5. Menghitung estimasi variansi dari ln return saham tahunan dengan total 242 hari perdagangan dalam 1 tahun

$$\sum_{1}^{242} \frac{(R_t - \overline{R_t})^2}{n-1} = 0{,}000688. \qquad (4.4)$$

6. Dari perhitungan tersebut dicari volatilitas yang diestimasi dengan standar deviasi dari ln return saham tahunan

$$\sigma = \sqrt{n\sigma^2} = \sqrt{242 * 0.000688} = 0{,}4082. \qquad (4.5)$$

Sehingga, diperoleh volatilitas sebesar 40, 82%.

Harga Opsi jual saat Dividen Konstan

Berdasarkan harga penutupan saham PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk diperoleh harga saat pembayaran sekarang sebelum pembagian dividen *S(t)*= 6825. Jika ditentukan *strike price K*= 7000, waktu jatuh tempo (*T*) = 6 bulan = 0,5 (dalam satu tahun), waktu sampai jatuh tempo dividen (*t*) 3 bulan = 0,25 (dalam satu tahun), volatilitas (σ) = 0,4082, tingkat suku bunga bebas risiko (*r*) = 6,5%, dan *q*= 278. Maka, harga opsi jual untuk tipe Eropa dari saham PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk adalah sebagai berikut.

1. Nilai sekarang dari dividen yang akan dibayarkan berdasarkan persamaan adalah sebesar

$$PV(q) = qe^{-r(T-t)} = 278e^{-0{,}065(0{,}25)} = 273{,}519.$$

2. Nilai saham setelah pembagian dividen

$$S'(t) = S(t) - PV(q) = 6825 - 273{,}519 = 6551{,}481.$$

3. Volatilitas saham setelah adanya pembagian dividen

$$\sigma' = \frac{S(t)}{S\prime(t)}\sigma = \frac{6825}{6551{,}481} 0{,}4082 = 0{,}4252.$$

4. Harga opsi jual saham dengan periode opsi selama 1 periode

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S-D}{K}\right) + \left(r + \frac{1}{2}\sigma^2\right)(T-t)}{\sigma\sqrt{(T-t)}}$$
$$= \frac{\ln\left(\frac{6825-273{,}519}{7000}\right) + \left(0.065 + \frac{1}{2}0{,}4252^2\right)0{,}25}{0{,}4252\sqrt{(0{,}25)}}$$
$$= \frac{-0{,}0662 + 0{,}03885}{0{,}2126}$$
$$= -0{,}12874$$
$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t}$$
$$= -0{,}12874 - 0{,}452\sqrt{0{,}25}$$
$$= -0{,}3547.$$

$$P'(S,t) = Ke^{-r(T-t)}N(-d_2) - (S - qe^{-r(T-t)})N(-d_1)$$
$$= 7000e^{-0{,}065(0{,}25)}\,N(0{,}3547) - 6551{,}481N(0{,}12874)$$
$$= 6887{,}169\,N(0{,}3547) - 6551{,}481N(0{,}12874)$$
$$= 6887{,}169 * 0{,}6368 - 6551{,}48 * 0{,}5478$$
$$= 4385{,}749 - 3588{,}901$$
$$= 796{,}848.$$

Harga wajar dari opsi jual dari kontrak opsi saham PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk dengan menggunakan model Black Scholes dengan adanya pembagian dividen adalah sebesar Rp796,848.

Harga Opsi Jual saat Dividen Kontinu

Berdasarkan harga penutupan saham PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk diperoleh harga saat pembayaran sekarang sebelum pembagian dividen *S(t)* = 6825. Jika ditentukan *strike price K* = 7000, waktu jatuh tempo (*T*) = 6 bulan= 0,5 (dalam satu tahun), waktu sampai jatuh tempo dividen (*t*) 3 bulan = 0,25 (dalam satu tahun), volatilitas (σ) = 0,4082, tingkat suku bunga bebas risiko (*r*) = 6,5%, dan dividen *yield q* = 0,0424. Maka harga opsi jual untuk tipe Eropa dari saham PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk adalah sebagai berikut.

1. Nilai sekarang dari dividen yang akan dibayarkan berdasarkan persamaan adalah sebesar
$$PV(q) = qe^{-rt} = 0{,}0424e^{-0{,}065(0{,}25)} = 0{,}0417.$$
2. Nilai saham setelah pembagian dividen
$$S'(t) = S(t) - PV(q) = 6825 - 0{,}0417 = 6824{,}958.$$
3. Volatilitas saham setelah adanya pembagian dividen
$$\sigma' = \frac{S(t)}{S'(t)}\sigma = \frac{6825}{6824{,}958}0{,}4082 = 0{,}408202512.$$
4. Harga opsi beli saham dengan periode opsi selama 1 periode
$$d_1 = \frac{ln\left(\frac{S}{K}\right) + \int_t^T \left[r(\tau) - q(\tau) + \frac{\sigma^2}{2}\right]d\tau}{\sqrt{\int_t^T \sigma^2(\tau)d\tau}}$$
$$= \frac{\ln\left(\frac{6824{,}958}{7000}\right) + \left(0{,}065 - 0{,}0417 + \frac{0{,}4082^2}{2}\right)0{,}25}{\sqrt{0{,}4082^2(0{,}25)}}$$

$$= \frac{-0{,}0253239618 + 0{,}026653405}{0{,}2041}$$
$$= 0{,}0065$$
$$d_2 = d_1 - \sqrt{\int_t^T \sigma^2(\tau)d\tau}$$
$$= 0{,}0065 - \sqrt{0{,}4082^2(0{,}25)}$$
$$= -0{,}0065 - 0{,}2041$$
$$= -0{,}2106$$
$$P'(S,t) = Ke^{-\int_t^T r(\tau)d\tau}N(-d_2) - Se^{-\int_t^T q(\tau)d\tau}N(-d_1)$$
$$= 7000e^{-0.065(0{,}25)}\, N(0{,}2106) - 6824{,}958e^{-0{,}065(0{,}25)}N(-0{,}0065)$$
$$= 6887{,}169\, N(0{,}2106) - 6714{,}9487N(-0.0065)$$
$$= 6284{,}958 *\ 0{,}5832 - 6714{,}9487 * 0{,}5$$
$$= 3665{,}388 - 3357{,}47435$$
$$= 307{,}914.$$

Harga wajar dari opsi jual dari kontrak opsi saham PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk dengan menggunakan model Black Scholes dengan adanya pembagian dividen adalah sebesar Rp 307,914

Perhitungan Nilai Saham Opsi Beli Tipe Eropa dengan Pembagian Dividen Menggunakan Model Black Scholes

Harga Opsi Beli saat Dividen Konstan

Berdasarkan harga penutupan saham PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk diperoleh harga saat pembayaran sekarang sebelum pembagian dividen *S(t)* = 6825. Jika ditentukan *strike price K* = 7000, waktu jatuh tempo (*T*) = 6 bulan = 0,5 (dalam satu tahun), waktu sampai jatuh tempo dividen (*t*) 3 bulan= 0,25 (dalam satu tahun), volatilitas (σ) = 0,4082, tingkat suku bunga bebas risiko (*r*) = 6,5%, dan dividen *q* = 278. Maka harga opsi jual untuk tipe Eropa dari saham PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk adalah sebagai berikut.

1. Nilai sekarang dari dividen yang akan dibayarkan berdasarkan persamaan adalah sebesar
$$PV(q) = qe^{-r(T-t)} = 278e^{-0{,}065(0{,}25)} = 273{,}519.$$
2. Nilai saham setelah pembagian dividen
$$S'(t) = S(t) - PV(q) = 6825 - 273{,}519 = 6551{,}481.$$
3. Volatilitas saham setelah adanya pembagian dividen
$$\sigma' = \frac{S(t)}{S\prime(t)}\sigma = \frac{6825}{6551{,}481}0{,}4082 = 0{,}4252.$$
4. Harga opsi beli saham dengan periode opsi selama 1 periode
$$d_1 = -0{,}12874$$
$$d_2 = -0{,}3547$$
Maka,
$$C(S,t) = \left(S - qe^{-r(T-t)}\right)N(d_1) - Ke^{-r(T-t)}N(d_2)$$
$$= 6551{,}481N(-0{,}12874) - 7000e^{-0{,}065(0{,}25)}\, N(-0{,}3547)$$
$$= 6551{,}481N(-0{,}12874) - 6887{,}169\, N(-0{,}3547)$$
$$= 6551{,}481 * 0{,}4522 - 6887{,}169 * 0{,}3632$$
$$= 2962{,}5797 - 2501{,}4198$$
$$= 461{,}16.$$

Harga wajar dari opsi jual dari kontrak opsi saham PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk dengan menggunakan model Black Scholes dengan adanya pembagian dividen adalah sebesar Rp461,16.

Harga Opsi Beli saat Dividen Kontinu

Berdasarkan harga penutupan saham PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk diperoleh harga saat pembayaran sekarang sebelum pembagian dividen *S(t)* = 6825. Jika ditentukan *strike price K* = 7000, waktu jatuh tempo (*T*) = 6 bulan= 0,5 (dalam satu tahun), waktu sampai jatuh tempo dividen (*t*) 3 bulan= 0,25 (dalam satu tahun), volatilitas (σ) = 0,4082, tingkat suku bunga bebas risiko (r) = 6,5%, dan dividen *yield* $PV(q)$= 0,0424. Maka harga opsi jual untuk tipe Eropa dari saham PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk adalah sebagai berikut.

1. Nilai sekarang dari dividen yang akan dibayarkan berdasarkan persamaan adalah sebesar
$$PV(q) = qe^{-rt} = 0{,}0424e^{-0{,}065(0{,}25)} = 0{,}0417.$$
2. Nilai saham setelah pembagian dividen
$$S'(t) = S(t) - PV(q) = 6825 - 0{,}0417 = 6824{,}958.$$
3. Volatilitas saham setelah adanya pembagian dividen
$$\sigma' = \frac{S(t)}{S\prime(t)}\sigma = \frac{6825}{6824{,}958}0{,}4082 = 0{,}408202512.$$
4. Harga opsi beli saham dengan periode opsi selama 1 periode
$d_1 = 0{,}0065$
$d_2 = -0{,}2106$
$$\begin{aligned} C'(S,t) &= Se^{-\int_t^T q(\tau)d\tau}N(d_1) - Ke^{-\int_t^T r(\tau)d\tau}N(d_2) \\ &= 6824{,}958e^{-0{,}065(0{,}25)}N(0{,}0065) - 7000e^{-0.065(0{,}25)}\,N(-0{,}2106) \\ &= 3357{,}47435 - 2870{,}5720 \\ &= 486{,}902. \end{aligned}$$

Harga wajar dari opsi jual dari kontrak opsi saham PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk dengan menggunakan model Black Scholes dengan adanya pembagian dividen adalah sebesar Rp486,902.

KESIMPULAN

Harga wajar dari opsi beli dari saham PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk dengan menggunakan model Black Scholes dengan adanya pembagian dividen adalah sebesar Rp$\mathbf{461{,}16}$ pada keadaan *constant market* dan Rp$\mathbf{486{,}902}$ pada keadaan *continous market.* Disini terlihat bahwa harga wajar dari opsi beli saham PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk dengan menggunakan model Black Scholes dengan adanya pembagian dividen pada *constant market* lebih rendah dibanding *continuous market.* Harga wajar dari opsi jual dari saham PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk dengan menggunakan model Black Scholes dengan adanya pembagian dividen adalah sebesar Rp796,848 pada keadaan *constant market* dan Rp$\mathbf{307{,}914}$ pada keadaan *continous market.* Disini terlihat bahwa harga wajar dari opsi jual saham PT Indofood Sukses Makmur (INDF) tbk dengan menggunakan model Black Scholes dengan adanya pembagian dividen pada *constant market* dua kali lebih tinggi dibanding *continuous market*. Saran untuk penelitian lebih lanjut dapat dilakukan dengan menghitung harga opsi saham menggunakan model lain yaitu Binomial Tree Method atau Binomial. Selain itu, penelitian selanjutnya diharapkan dapat mengkaji dari saham tipe lain seperti saham tipe amerika.

DAFTAR REFERENSI

Black, F. (1973). The Pricing of Options and Corporate Liabilities .*Journal of Political Economy. (81), 637-65*4.

Fusion Media Limited, (2007-2021). *Investing.com*. [Online] Available at: https://www.investing.com [Accessed 24 Februari 2021].

Haberman, R. (1987). *Elementary Applied Partial Differential Equation with Fourier Series and Boundary Value Problem*, New Jersey: Prentice-Hall.

Hull, J.C. (2009). *Options,Futures, And Other Derivatives*, *7 th Edition*. New Jersey: Pearson Education.

Kanniainen, J. (2007). On Dividend Expectation and Stock Return Volatility, *International Research Journal of Finance and Economics*. *No. 12*, *pp. 166-127*.

Riaman, dkk. (2018). Penentuan Harga Wajar Opsi Beli Tipe Eropa dengan Pembagian Dividen Menggunakan Model Black-Scholes*. Prosiding SNMPM II, pp. 1-10.*

Ruey, S. T. (2000). *Analysis of Financial Time Series*. John Wiley and Sons. USA

Samuelson, Paul A. & William, D. (1992). *Nordhaus, Economics, 12th Ed*, Mc. Graw Hill, International Book Company,.

Sharpe, W. F., Alexander, G. J., & Bailey, J. (1995). Investments Prentice Hall. *Englewood Cliffs, New Jersey*, *7632*.

Susanti, D. & Devianto, D. (2014). Penurunan Model Black Scholes dengan Persamaan Diferensial Stokastik untuk Opsi Tipe Eropa. *Jurnal Matematika UNAND, Volume 3, pp. 17-26.*

Tandelilin, E. (2001). Analisis Investasi dan Manajemen Portofolio, Edisi Pertama. Yogyakarta: BPFE.

Widyawati, N. S. (2013). Penggunaan Model Black Scholes untuk Penentuan Harga Opsi Jual Tipe Eropa. *Buletin Ilmiah Math. Stat. dan Terapannya (Bimaster), pp. 13-20.*